



# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

1. En un estudi de mercat, 500 participants han tastat tres cafès diferents, presentats com a producte A, producte B i producte C, i han escollit quin dels tres els ha agradat més. Sabem que el producte B ha estat escollit pel doble de persones que el producte A i que el producte B l'han escollit 32 persones més que els productes A i C junts. Calculeu quantes persones han escollit cada producte.

[2 punts]

2. Resoleu les qüestions següents:

- a) Considereu la matriu  $M = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ . Calculeu els valors de  $a$  i  $b$  per tal que es verifiqui la igualtat  $M^2 + a \cdot M + b \cdot I = \mathbf{0}$ , en què  $I$  és la matriu identitat  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  és la matriu nul·la.

[1 punt]

- b) Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Trobeu totes les matrius  $B$  que commuten amb la matriu  $A$ , és a dir, que compleixen que  $A \cdot B = B \cdot A$ .

[1 punt]

3. La gràfica de la funció  $f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$  passa pel punt  $(-2, -6)$  i la recta tangent en aquest punt és paral·lela a l'eix de les abscisses.

- a) Calculeu el valor de  $a$ .

[1 punt]

- b) Calculeu el valor de  $b$ .

[1 punt]

4. La funció  $f(x) = \frac{40}{x^2 - 22x + 125}$  mostra aproximadament la venda diària, en milers d'unitats, d'un perfume de moda en funció de  $x$ , en què  $x$  és el dia del mes de febrer.
- a) Quantes unitats de perfume es van vendre, aproximadament, el dia 5 de febrer? Quin és l'increment de vendes entre el dia 7 i el dia 9 de febrer?  
[0,75 punts]
- b) Quin dia del mes de febrer es van vendre més perfums i quantes unitats se'n van vendre?  
[1,25 punts]
5. En una fàbrica es disposa de 80 kg d'acer i 120 kg d'alumini per a fabricar bicicletes de muntanya i de passeig, que es vendran a 200 € i 150 €, respectivament. Per a fabricar una bicicleta de muntanya són necessaris 1 kg d'acer i 3 kg d'alumini, i per a fabricar-ne una de passeig, 2 kg de cada un dels dos metalls.
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.  
[1,25 punts]
- b) Calculeu quantes bicicletes de cada tipus s'han de fabricar per a obtenir el màxim benefici i digueu quin és aquest benefici.  
[0,75 punts]
6. Una botiga obre al públic des de les 10 hores fins a les 21 hores. Sabem que els ingressos per vendes, en funció de l'hora del dia, venen donats per la funció:

$$I(t) = -5(m - t)^2 + n,$$

per a  $10 \leq t \leq 21$ .

- a) Trobeu el valor de  $m$  sabent que els ingressos màxims es produeixen a les 18 hores.  
[1 punt]
- b) Trobeu el valor de  $n$  sabent que a les 21 hores hi ha uns ingressos de 500 €.  
[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans