

## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Calculeu els coeficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  de la funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  si sabem que l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció  $f$  en el punt d'inflexió  $(1, 0)$  és  $y = -3x + 3$  i que la funció té un extrem relatiu en el punt de la gràfica d'abscissa  $x = 0$ .

[2,5 punts]

Espai per al corrector/a

Qüestió 1

2. Considereu les dues matrius següents:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**a)** Calculeu les matrius  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  i  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ .

[1,5 punts]

**b)** Siguin  $C$  i  $D$  dues matrius quadrades del mateix ordre que satisfan  $C \cdot D = C$  i  $D \cdot C = D$ .  
Comproveu que les dues matrius,  $C$  i  $D$ , són idempotents.

[1 punt]

NOTA: Una matriu quadrada s'anomena *idempotent* si coincideix amb el seu quadrat.

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Sigui  $f'(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$  la funció derivada d'una funció derivable  $f(x)$  que passa

pel punt  $A = (0, 3)$ .

**a)** Calculeu la funció  $f(x)$ .

[1,5 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció  $f'(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 3$ .  
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sigui el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real  $\lambda$ :

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + (2 + \lambda)z = 0 \\ (2 + \lambda)x + y + 2\lambda z = 3 \\ 2\lambda x + (2 + \lambda)y + z = -3 \end{cases}$$

**a)** Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre  $\lambda$ .

[1,25 punts]



- b)** Per al cas  $\lambda = -1$ , resoleu el sistema, interpreteu-lo geomètricament i identifiqueu-ne la solució.  
[1,25 punts]

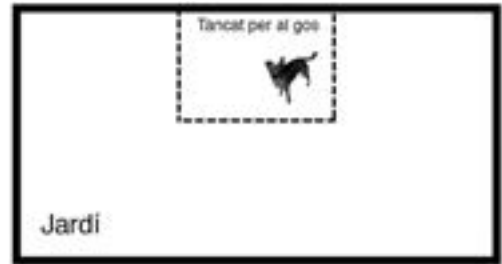
Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. La Núria té un jardí rectangular i vol fer-hi un tancat (rectangular o quadrat) de  $8 \text{ m}^2$  per al seu gos. Ha pensat de posar el tancat tocant al mur del jardí, tal com es mostra a la figura de la dreta, per estalviar-se així un dels quatre costats.

El preu de la tanca que vol fer servir és de  $2,5 \text{ €/m}$ .

- a) Quines dimensions ha de tenir el tancat perquè el cost sigui mínim? Quin és aquest cost mínim?

[1,75 punts]



- b)** Si manteniu la forma rectangular o quadrada del tancat i feu que un dels vèrtexs del jardí coincideixi amb un vèrtex del tancat, quants euros us podeu estalviar? Raoneu com posaríeu el tancat i justifiqueu amb càlculs matemàtics les dimensions de la vostra proposta.

[0,75 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Siguin els plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$ , determinats respectivament per les equacions  $\pi_1: x + y = 3$  i  $\pi_2: x - z = -2$ .
- a)** Trobeu l'equació general ( $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla  $\pi_3$ , que és perpendicular a  $\pi_1$  i  $\pi_2$ , i que passa pel punt  $P = (4, 1, 2)$ .  
[0,75 punts]

- b)** Sigui  $r$  la recta d'intersecció de  $\pi_1$  i  $\pi_2$ . Calculeu l'equació vectorial de la recta  $r$ .  
[0,75 punts]

c) Calculeu el punt  $Q$  de la recta  $r$  que és més a prop del punt  $P$ .

[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans